

悬停状态下旋翼噪声声源反演的正则化方法

赵庆贺, 李晓东
(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 根据旋翼辐射的气动噪声求解气动声学反问题, 给定合理的旋翼表面载荷并结合声类比方法得到观测点的信号, 以此进行表面载荷反演。对建立的大型不适定性方程组采用奇异值分解结合正则化方法进行求解, 为克服反演结果存在的数值振荡, 采用多项式函数来表示未知量, 并引入库塔条件作为先验信息。结果表明: 理想条件下, 该方法得到的旋翼表面的压力分布更接近输入值, 尤其在载荷分布较大的叶尖区域, 考虑干扰噪声影响后, 该方法得到的展向截面吸力峰位置的最大相对误差从 15% 减小到 4%。

关 键 词: 亚声速悬停; 气动噪声; 反问题; 正则化方法; 声源重构

中图分类号: V221.91 **文献标志码:** A

Regularization method for subsonic hovering rotor sound source reconstruction

ZHAO Qinghe, LI Xiaodong
(School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The aeroacoustic inverse problem was solved according to the aeroacoustic noises radiated by the rotor. The blade surface loading was given and acoustic analogy method was used to obtain the observation data. A large set of ill-posed equations were solved by singular value decomposition combined with the regularization method. In order to overcome the obvious numerical oscillations, a polynomial function was used to represent the unknown, at the same time the Kutta condition was introduced as a priori information. The results showed that under ideal condition, the pressure of the rotor surface obtained by this method was closer to the input value, especially in the tip region. Under certain interference noise, the maximum relative error of the pressure peak position obtained by this method was reduced from 15% to 4%.

Key words: subsonic hovering; aeroacoustic; inverse problem; regularization method; sound source reconstruction

在地球物理、医疗检测、材料科学、模式识别、工业控制等众多科学领域, 存在大量的由结果反求原因的问题^[1-3], 通常称为数学物理反问题。在航空气动声学领域也有大量这样的反问题存在, 比如, Grace 和 Atassi^[4-5]研究了无限薄平板的声辐射特性, 以线化欧拉方程作为控制方程, 建立起远场测量的声信号与平板非定常压力关联方程, 通过求解反问题获得平板的非定常压力分布。

收稿日期: 2018-06-11
基金项目: 国家自然科学基金(51476005, 91752204)
作者简介: 赵庆贺(1982—), 男, 博士生, 主要从事流体机械气动声学研究。

引用格式: 赵庆贺, 李晓东. 悬停状态下旋翼噪声声源反演的正则化方法[J]. 航空动力学报, 2019, 34(4): 838-846. ZHAO Qinghe, LI Xiaodong. Regularization method for subsonic hovering rotor sound source reconstruction[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(4): 838-846.

Wood 和 Grace^[6] 求解三维 Hemholtz 方程,验证了三维情况下声源反演理论的可行性。Yoon 和 Nelson^[7] 探讨了在已知声压及声源和远场信息之间的传递函数的情况下反演 3 种基本气动声源强度分布的方法。Hewlett 和 Nelson^[8] 研究了通过在硬壁圆形管道中测量有限点的声压来反演一个单极子声源强度的方法。Rozier 和 Lesselier^[9] 数值模拟了水中振动球的声辐射,通过在水下测量辐射噪声进而重建出振动球表面的法向振动速度。Li 和 Zhou^[10-11] 提出了基于 Ffowcs Williams and Hawkins(FW-H)方程的螺旋桨壁面压力反演方法。罗俊和李晓东^[12-13] 研究了转静干涉条件下叶栅表面非定常载荷的辐射声场,求解了通过测量空间若干观测点的声压数据反演平面叶栅表面非定常压力分布的反问题模型。Yu 等^[14] 研究了基于均匀流假设条件下翼型绕流声辐射的声强反演方法。

本文主要研究对象是亚声速悬停的旋翼,在这种条件下不产生跨声速飞行时产生的激波噪声和前飞时产生的桨涡干扰噪声,噪声主要是旋转噪声和宽频噪声,这里忽略流动分离引起的宽频噪声,旋转噪声包括厚度噪声和载荷噪声。分离出与几何外形相关的厚度噪声得到载荷噪声,通过载荷噪声就可以反演出桨叶表面载荷。

反问题的数学特征是不适定性,采用常规的直接求解或迭代求解得不到稳定的数值解,一般采用奇异值分解结合正则化的方法求解。以前研究的反问题大多未知量数目不是很多,方程的不适定性不是十分严重。当需要精确描述声源的几何外形时,声源表面就需要布置较密的网格,这时对应的未知数越多,建立起来的方程组越大其不适定性越严重,更难于求解。

本文采用多项式函数作为基函数来描述未知量,这样就把对未知数的直接求解转换为多项式系数的求解,相当于对原始问题做了降维处理,大大降低反问题求解的难度。

数学物理反问题不仅是一个数学问题,同时也是一个物理问题,把空气动力学中的约束条件作为先验信息引入到方程中来,求解这组增广方程可以保证数值解满足一定的空气动力学特性。

1 气动噪声的正问题预测方法

任意运动物体声辐射的基本控制方程是 FW-H 方程^[15],方程为

$$\square^2 p = \frac{\partial}{\partial t}[\rho_0 \mathbf{v}_n \cdot \nabla f | \delta(f)] - \frac{\partial}{\partial x_i} [l_i | \nabla f | \delta(f)] + \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1)$$

式中 $\square^2$ 为达朗贝尔波动算子, p 为声压, ρ_0 和达朗贝尔波动算子中的 c_0 分别为未扰动空气的密度和声速, $\mathbf{v}_n$ 为物体表面的法向速度, l_i 为物体表面对当地流体的法向作用力于 x_i 轴上的分量。方程(1)右边 3 项分别代表具有单极子性质的厚度噪声、具有偶极子性质的载荷噪声和空间分布的四极子噪声。只有当流场产生激波时,四极子的影响才比较严重^[16],所以对于任意物体亚声速运动声辐射来说可以只考虑厚度噪声和载荷噪声。采用不可穿透面的 Farassat-1A 声学积分方程^[17],获得远场的噪声信号

$$p'(\bar{x}, t) = p'_i(\bar{x}, t) + p'_t(\bar{x}, t) \quad (2)$$

$$4\pi p'_t(x, t) = \int_{f=0} \frac{\rho_0 (U_n + \dot{U}_n)}{r (1 - Ma_r)^2} dS + \int_{f=0} \frac{\rho_0 U_n [r Ma_r + c(Ma_r - Ma^2)]}{r^2 (1 - Ma_r)^3} dS \quad (3)$$

$$4\pi p'_i(x, t) = \frac{1}{c} \int_{f=0} \frac{\dot{L}_r}{r (1 - Ma_r)^2} dS + \int_{f=0} \frac{L_r - L_M}{r^2 (1 - Ma_r)^2} dS + \frac{1}{c} \int_{f=0} \frac{L_r [r Ma_r + c(Ma_r - Ma^2)]}{r^2 (1 - Ma_r)^3} dS \quad (4)$$

式中 Ma_r 为运动马赫数 Ma 在观察点矢径方向的投影。式(2)表示忽略四极子噪声后,远场噪声可表示为载荷噪声 $p'_i(\bar{x}, t)$ 和厚度噪声 $p'_t(\bar{x}, t)$ 的和。式(3)和式(4)分别为厚度噪声和载荷噪声的表达式。

FW-H 方程求解过程中空间离散和延迟时间积分等都影响计算精度,因此有必要对所使用的 FW-H 方程程序预测噪声正问题进行算例验证,算例 1 是一个 ISOM 噪声^[14] 的理想模型,算例 2 是一个亚声速悬停旋翼的试验模型。

1.1 算例 1 ISOM 噪声

Brentner 和 Farassat^[18] 分析运动物体发声时,发现存在一个性质,即当壁面载荷给定为常数 $p = \rho_0 c_0^2$,由该量得到的载荷噪声与厚度噪声相等,该噪声称为 ISOM 噪声。Farassat^[19] 给出了一个具体的算例,桨叶直径为 10 m,弦长为 0.4 m,全展向厚度为 10%,观察点位于旋转平面内距离旋转中心 50 m。密度 $\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$ 和声速 $c_0 = 340 \text{ m/s}$ 。该算例后来也被 Ghorbaniasl 等

人^[20]都用来检验所发展 FW-H 方程程序预测运动物体发声的准确性。

图 1 给出了本文采用的 FW-H 程序预测桨尖马赫数 $Ma=0.4, 0.8$ 条件下的气动噪声, 其中 Monopole 表示具有单极子性质的厚度噪声, 可见 ISOM 噪声和厚度噪声十分吻合, 验证了本文采用的 FW-H 程序数值计算上具有较高的计算精度。

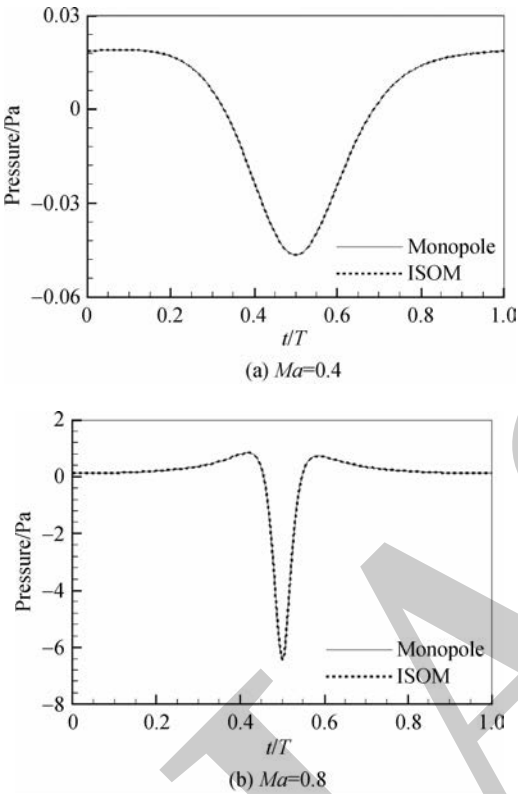


图 1 ISOM 噪声的验证
Fig.1 Validation of ISOM noise

1.2 算例 2 ISL 亚声速悬停旋翼噪声

已经开展的众多旋翼噪声试验大多数都是亚声速试验^[21-23], 本文主要研究亚声速悬停旋翼的气动噪声, 选取的是一个亚声速悬停旋翼的算例。1985 年在法国及德国的 Saint Louis 研究中心开展过旋翼噪声的试验^[24-25], 用来验证旋翼亚声速悬停的声辐射特性, French-German Research Institute of Saint-Louis(简称 ISL)模型。该试验是晚间时候在空旷的户外进行的, 1 号传声器位于旋转平面内, 距离转轴 1 倍旋翼直径。2 号传声器位于 M01 下方 20°位置。试验时旋翼桨尖马赫数为 0.65, 其几何参数见表 1 所示。

首先通过数值模拟方法^[26-28]获得 ISL 模型的壁面载荷, 采用基于 Farassat-1A 公式预测远场观察点的脉动压力。图 2 是预测值与试验数据

表 1 旋翼的几何参数
Table 1 Rotor geometry parameters

参数	数值
旋翼直径/m	2.00
桨根半径/m	0.28
翼型	NACA0012
弦长/m	0.15
线性扭转角/(°)	6.945
桨叶质量/kg	1.4
桨叶数	2

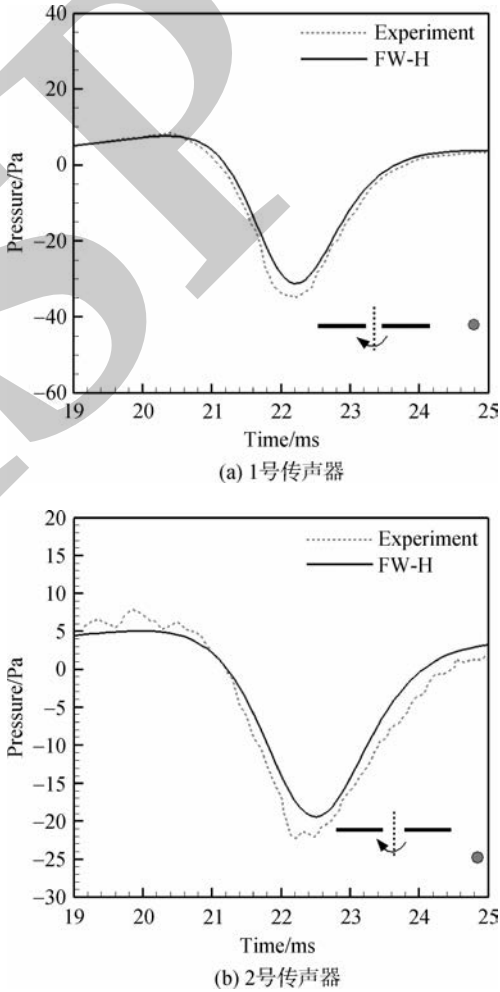


图 2 采用 FW-H 方程预测 ISL 旋翼噪声 ($Ma=0.65$)
Fig.2 Validation of FW-H equation to predict ISL rotor noise ($Ma=0.65$)

的比较(图中右下方黑色圆点表示放置麦克风的位置), 可以看出不论在旋转平面内的 1 号传声器位置还是非旋转平面的 2 号传声器位置预测值均与试验数据均吻合良好, 进一步验证了本文采用基于 Farassat-1A 公式预测旋翼气动噪声的能力。

2 气动声学反问题

2.1 气动声学反问题模型

任意运动物体发声的厚度噪声与几何外形和运动规律相关,载荷噪声与壁面载荷相关,对该式进行整理,一项为速度相关项,另一项为载荷相关项

$$4\pi p' = \mathbf{A}p + \mathbf{B}v_n \tag{5}$$

式中 p' 为远场的脉动压力, p 为壁面载荷向量, $\mathbf{A}$ 为与壁面载荷相关的系数矩阵, v_n 为壁面法向速度向量, $\mathbf{B}$ 为与壁面法向速度相关的系数矩阵,则壁面载荷可表示为

$$p = \mathbf{A}^{-1}(4\pi p' - \mathbf{B}v_n) = \mathbf{A}^{-1}(4\pi p'_i) \tag{6}$$

2.2 反问题分析及求解

大量的数学物理反问题一般都是不适定的,所谓的不适定性是指解的存在性、唯一性或稳定性得不到满足,系数矩阵 $\mathbf{A}$ 或常数 b 的微小变化,往往会引起方程组的解的剧烈变化,从严格的数学运算得不到精确解。

在反问题的研究中,奇异值分解技术结合正则化方法是求解反问题的常用方法,采用奇异值分解求解该方程

$$\mathbf{A}x = b \tag{7}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^T \tag{8}$$

式中 $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}_m, \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{I}_n, \mathbf{I}_m$ 和 $\mathbf{I}_n$ 为单位矩阵, $\boldsymbol{\Sigma}$ 为奇异值矩阵, σ_i 为奇异值,按降序排列

$$\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}[\sigma_1, \cdots, \sigma_n] \tag{9}$$

那么

$$x = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T b \tag{10}$$

Tikhonov 正则化^[29-30]基于变分原理,在残差范数和解范数之间做平衡, λ 为正则化参数

$$\min(\|\mathbf{A}x - b\|_2 + \lambda \|x\|_2) \tag{11}$$

为了确保求解过程的稳定,避免小奇异值做分母产生的奇异性问题

$$x = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T b \tag{12}$$

整理后得

$$x_{\text{reg}} = \mathbf{V}_{\text{diag}} \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \mathbf{U}^T b \tag{13}$$

式中 x_{reg} 为最终获得的正则化解。正则化参数 λ 可以通过 L 曲线方法^[31]获得。奇异值分解后其中大的奇异值对应低频分量,小的奇异值对应高频分量。正则化参数选取的意义在于根据式(13)进行模态的识别,并对减小高频分量的权重。

3 变量替换及先验条件

当旋翼表面布置较密的网格时,对应的未知数就越多,建立起来的方程组越大其不适定性越严重,难于求解。采用一组基函数来表示压力分布,对原始问题做降维处理,可以降低反问题求解的难度。

3.1 压力分布的多项式描述

亚声速的空间流场不产生激波,气流从前缘驻点开始加速减压到达吸力区,之后气流逐渐加速增压,这一过程中压力变化都是连续的,因此截面的压力分布可以用一组多项式来表示

$$x(\xi_j) = \sum_{i=0}^n z_i \xi_j^i \tag{14}$$

式中 ξ_j 为该截面的弦向点坐标, z_i 为多项式系数, $x(\xi_j)$ 为 ξ_j 点的压力。

整理得到 $x = \mathbf{C}z$, 其中矩阵 $\mathbf{C}$ 为多项式函数构成的系数矩阵, z 为所求的多项式系数。原始求解方程 $\mathbf{A}x = b$ 变为 $\mathbf{A}\mathbf{C}z = b, \mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{C}$, 所求方程为 $\mathbf{M}z = b$, 这样就把对未知数的求解转换为多项式系数的求解。

求得 z , 则 $x = \mathbf{C}z$, 这种变量替换有两个明显的好处,一是变量替换后未知量数目明显减少;二是解是多项式曲线很自然的保证反演结果的光滑性。

下面采用多项式函数对一组压力系数进行拟合,以选取合适的多项式。目标压力系数用图 3 中的黑色方块表示,分别选用了 3~6 次多项式,表 2 给出了不同次多项式拟合的误差,从 3~4 次变化不大,从 4~5 次时误差从 0.49% 下降到 0.18%,变化明显,6 阶多项式拟合误差为 0.13% 并没有显著下降。为清晰起见,图 3 给出了 4~5 次多项式的拟合曲线。综合考虑,本文选取 5 次

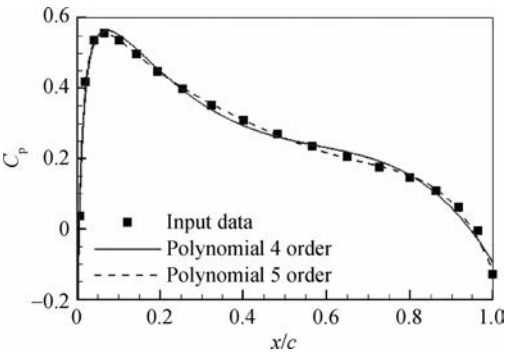


图 3 压力系数分布的多项式拟合

Fig. 3 Polynomial fitting of pressure coefficient distribution

多项式函数作为压力分布的基函数。

表 2 不同阶多项式拟合的误差

阶次	3	4	5	6
误差/%	0.53	0.49	0.18	0.13

3.2 机翼后缘 Kutta 条件

数学反问题不仅仅是一个数学问题,同时也是 一个物理问题。引入一定的物理信息就相当于 加入了更多的先验条件,空气动力学的 Kutta 条 件要求机翼上下翼面在后缘处压力相等,这里把 该条件引入进来。

选取某一截面,上翼面的压力分布可写成

$$x_i = \sum_{j=0}^n a_j \xi_i^j \tag{15}$$

下翼面的压力分布可写成

$$x_i = \sum_{j=0}^n b_j \xi_i^j \tag{16}$$

则
$$x_{upper} = x_{lower} \tag{17}$$

即
$$\sum_{j=1}^n a_j \xi_i^j = \sum_{j=1}^n b_j \xi_i^j \tag{18}$$

$$\sum_{j=1}^n a_j \xi_i^j - \sum_{j=1}^n b_j \xi_i^j = 0 \tag{19}$$

如果展向有 k 个截面,则增加了 k 个方程,将 该 k 个方程加入到原始方程 $Mz=b$ 中,得到了增 广方程组,记为 $M_{aug}z=b_{aug}$,增广方程组的系数矩 阵 M_{aug} 比系数矩阵 M 增加了 k 行,观测向量 b_{aug} 比 b 增加了 k 行 0 向量,增广方程组也使用奇异 值分解结合正则化的方法求解。

4 数值试验

反问题求解需要较多的观测数据,由于缺乏 试验数据,这里做了一次数值试验。选取文中第 1.2 节使用的 ISL 模型作为研究对象,该试验中 仅有两个观测点需要在本次数值试验中布置更多 的虚拟观测点。

4.1 给定输入数据 x

反演壁面压力就是求解 $Ax=b$ 中的 x ,这需 要事先已知 A 和 b ,其中系数矩阵 A 是与旋翼几 何外形和转速相关的,可以直接获得。 b 是观测 点采集的噪声信号,本文在没有充足试验数据的 情况下,首先是给定的一组较为合理的 x ,把此 x

作为输入,后文用 Input data 表示,采用 FW-H 方程预测值作为观测数据 b ,再反求 x 。

4.2 获得观测数据 b

为求解该方程,要求方程数目远大于未知数 数目,每个方程对应每个传声器在每个时刻采集 到的信号。要么要求采集时刻多,要么要求传声 器多。旋翼悬停状态下是周期性的。如果 T 为 一片桨叶的旋转周期,有 N 片桨叶,那么 t 时刻 和 $t+T/N$ 时刻采集到相同的噪声信号。在 T/N 的时间间隔内,采样点数越多,则时间间隔越 短,旋翼转动的方位角越小,采集信号越相近,方 程组之间的拟线性也越强。另一种办法是布置较 多的观测点以提供更多的数据信息,采样时间 间隔也可以大一点。

本次数值试验采集系统如图 4 所示,两叶旋 翼顺时针方向旋转,距离旋翼轴心 3 m 处布置 35 个观测点。因为是两片桨叶,在半个旋转周期内 桨叶每旋转 1° 进行一次数据采集。有效采集样 本为 180 个。这样观测数据为 $35 \times 180 = 6\,300$ 个,这些观测数据组成了观测向量 b 。

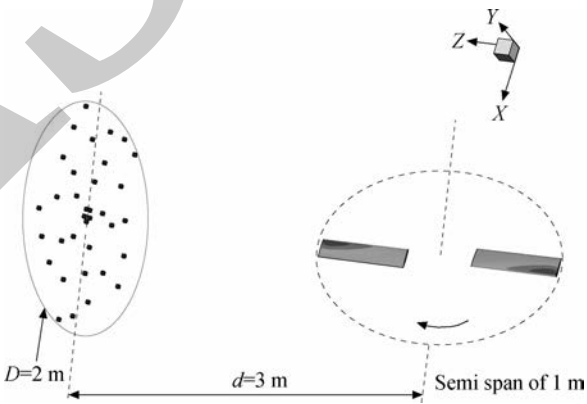


图 4 采集旋翼噪声的数值试验系统
Fig. 4 Numerical test system for collecting rotor noise

5 声源反演

根据建立起来的系数矩阵和观测向量,分别 采用直接方法和变量替换法进行求解,并验证引 入空气动力学 Kutta 条件的好处。

5.1 直接方法

首次采用正则化的方法直接反演,图 5 分别 上下翼面的压力云图,从左至右为叶根到叶尖,叶 根载荷较小,叶尖载荷较大。可见直接采用正则 化方法总体上能够体现出叶尖的低压区,但存在 大量不连续的“斑块”,这些“斑块”都不是真实存

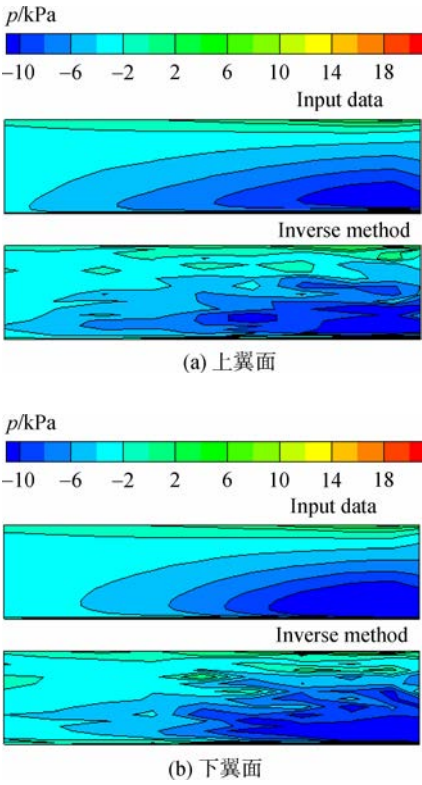


图 5 直接反演的压力云图

Fig. 5 Pressure reconstruction using direct method

在的。它们存在是因为直接求解的是一个完全的数学问题,变量之间没有任何的相关性,但直接反演结果的整体趋势还是合理的。

图 6 给出了旋翼展向的压力分布的比较图, $\eta=0.98$ 对应叶尖, $\eta=0.4$ 对应叶根,可以看出在理想条件下,直接正则化得到的压力分布存在很多“毛刺”,这些“毛刺”就是对应云图上“斑块”。尽管带“毛刺”的压力分布总体趋势是合理的,但数值振荡太大了。

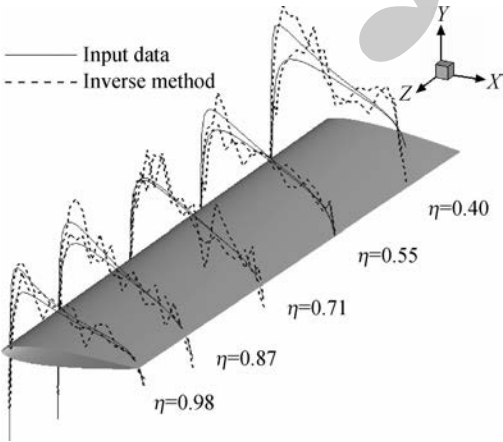


图 6 直接反演得到的几个截面的压力分布

Fig. 6 Pressure distributions of several sections using direct method

5.2 变量替换法

图 7 给出了采用变量替换法得到的压力分布,可以看出反演得到的压力分布十分光滑,与输入压力也较为吻合,尤其在叶尖截面吻合的更好。但在压力分布在后缘出现分叉现象,这里给出了 $\eta=0.55$ 截面后缘的局部放大图,可见反演的压力分布没有满足空气动力学的 Kutta 条件。

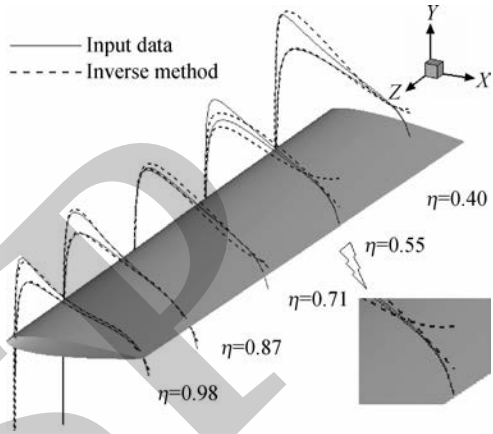


图 7 变量替换后几个截面的压力分布

Fig. 7 Pressure distribution of several sections after variable substitution

5.3 考虑 Kutta 条件的变量替换法

针对图 7 压力在后缘不满足空气动力学 Kutta 条件的现象,加入了文中第 3.2 节所述的 Kutta 条件,求解的是增广方程组。图 8 给出了考虑 Kutta 条件后的反演结果及 $\eta=0.55$ 截面后缘的局部放大图,可见考虑 Kutta 条件后后缘压力分布相等,完全符合空气动力学规律。

为更直观的观察反演效果,图 9 分别给出了

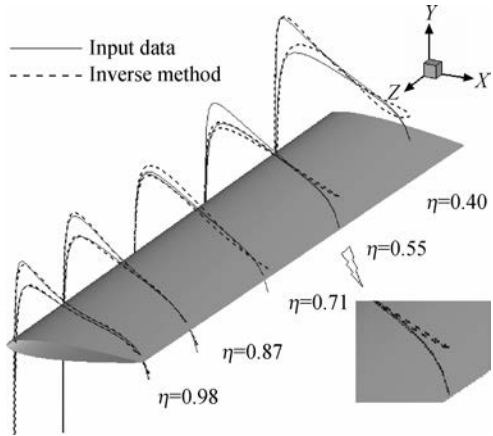


图 8 考虑 Kutta 条件变量替换法反演的压力分布

Fig. 8 Pressure distribution using variable substitution method with Kutta condition

上下翼面的压力云图,可以看出反演后的压力分布连续且光滑。

为了在定量上做更细致的对比,把反演结果和输入值放在一起做压力等值线的比较,见图 10 所示,图 10(a)和图 10(b)分别是上下翼面。可见反演结果与输入值非常贴合,效果十分理想。

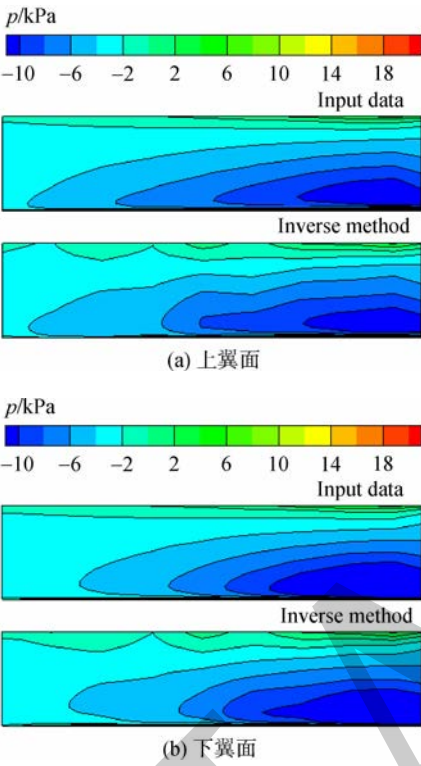


图 9 考虑 Kutta 条件变量替换法反演的压力云图
Fig. 9 Pressure contour using variable substitution method with Kutta condition

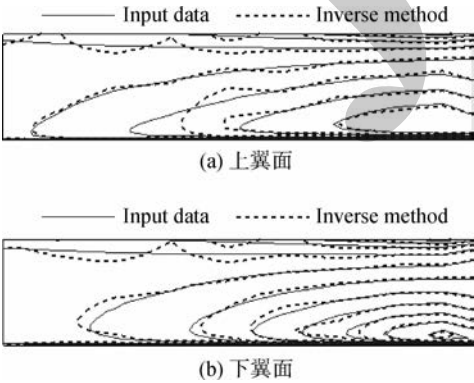


图 10 考虑 Kutta 条件间接反演的压力等值线
Fig. 10 Pressure isoclines using variable substitution method with Kutta condition

5.4 干扰噪声对反演结果的影响

在实际工作条件下,采集信号不可避免地受到背景噪声及传声器自噪声等因素的干扰,加入

随机误差

$$p_m = p_d + e \tag{20}$$

式中 p_m 为反演时使用的声压; p_d 为精确的声压; e 为干扰噪声,平均值 0;方差为 σ_e^2 。信噪比定义为

$$\frac{S}{N} = \left(\frac{1}{m} \cdot \frac{\|p_d\|^2}{\sigma_e^2} \right)^{1/2} \tag{21}$$

如果原来的求解方程 $Ax=b$ 得到的解为 x_0 ,现在求解方程 $Ax=b+e$ 得到的解为 x_1 。而希望 x_1 是尽量接近 x_0 ,这增加了反问题的求解难度,这里对信噪比 100 情况下进行反演。

图 11 为采用直接方法的结果,可见当存在干扰噪声时,直接反演后“毛刺”消失了,这是因为正则化处理截断了小的奇异值,相当于舍弃了矩阵求解中的高频分量,但此时压力系数分布存在比较大的振荡,前缘吸力峰的弦向位置也明显靠后。

图 12 给出了采用变量替换法反演结果,可见

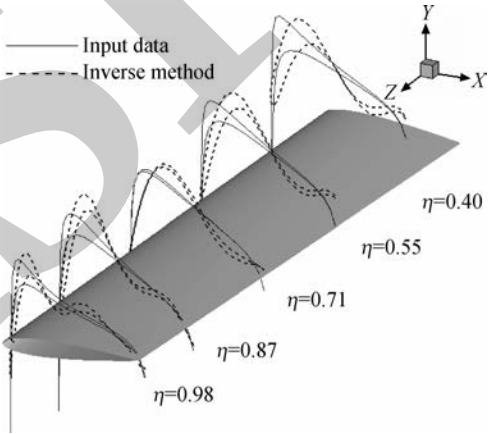


图 11 受噪声干扰直接反演的压力分布
Fig. 11 Pressure distribution using direct method with interference noise

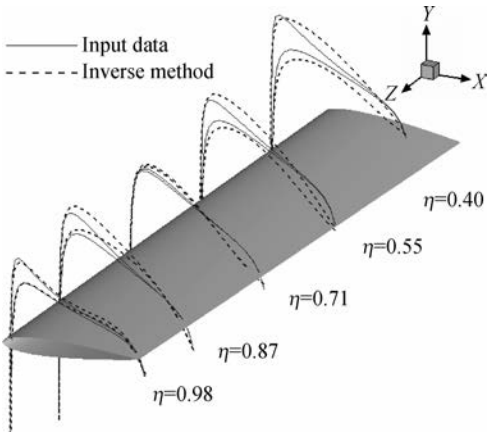


图 12 受噪声干扰变量替换法反演的压力分布
Fig. 12 Pressure distribution using variable substitution method with interference noise

振荡得到了有效消除,吸力峰的弦向位置也比较准确。

6 结 论

本文根据观测点的声压信息反演旋翼的壁面载荷分布,采用多项式函数作为基函数表示壁面载荷,引入了空气动力学的 Kutta 条件作为先验条件,主要得到以下结论:

1) 采用多项式函数作为基函数来描述未知量,显著减少了未知数数目,这样就把对未知数的直接求解转换为多项式系数的求解,相当于对原始问题做了降维处理。最终解是一组多项式曲线,能够保证获得光滑,更符合气动特性。

2) 把机翼尾缘需要满足的 Kutta 条件引入到方程中来,求解这组增广方程,反演得到的压力分布在机翼尾缘相等,整个弦向的压力分布也更为合理。

3) 理想条件下,整个翼段范围的压力分布都得到了较为准确的反演。尤其在载荷分布较大的叶尖区域更加吻合,而该区域也正是气动设计和结构设计最关心的区域。

4) 考虑干扰噪声影响后,直接反演的压力分布振荡严重并且吸力峰位置靠后,采用变量替换法后反演结果光滑,吸力峰位置也较为准确。

参考文献:

[1] 宁方飞,贾新亮,鞠鹏飞.一种叶轮机三维叶型黏性反问题方法[J].航空动力学报,2017,32(6):1530-1536.
NING Fangfei,JIA Xinliang,JU Pengfei. A viscous inverse problem method for turbomachinery three-dimensional blade profile[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32 (6):1530-1536. (in Chinese)

[2] 周亦成,单鹏.可压升力面理论桨扇气动设计反问题方法[J].航空动力学报,2017,32(6):1456-1469.
ZHOU Yicheng,SHAN Peng. Inverse design approach for propfan aerodynamics based on compressible lifting surface theory[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(6):1456-1469. (in Chinese)

[3] 朱阳历,王正明,陈海生,等.叶片全三维反问题优化设计方法[J].航空动力学报,2012,27(5):1045-1053.
ZHU Yangli,WANG Zhengming,CHEN Haisheng,et al. Full 3-D inverse design optimization method for turbomachinery blade[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27 (5):1045-1053. (in Chinese)

[4] GRACE S P, ATASSI H M. Inverse aeroacoustic problem for a streamlined body: Part 1 basic formulation[J]. AIAA Journal, 1996, 34(11):2233-2240.

[5] GRACE S P, ATASSI H M. Inverse aeroacoustic problem

for a streamlined body: Part 2 basic formulation[J]. AIAA Journal, 1996, 34(11):2241-2246.

[6] WOOD T H, GRACE S M. Inverse aeroacoustic problem for a rectangular wing[J]. AIAA Journal, 2000, 38 (2): 203-210.

[7] YOON S H, NELSON P A. Reconstruction of aeroacoustic source strength distributions by inverse techniques[R]. AIAA 98-2339, 1998.

[8] HEWLETT D A K, NELSON P A. A model based approach for estimating the strength of acoustic sources within a circular duct[R]. AIAA 96-1766, 1996.

[9] ROZIER C, LESSELIER D. Inversion of a cylindrical vibrating body in shallow water from aspect-limited data using filtered SVD and the L-curve[J]. Acustica Acta Acustica, 1996, 82(5):717-728.

[10] LI X D, ZHOU S. An inversion model for subsonic moving sound source reconstruction[R]. AIAA 95-0120, 1995.

[11] LI X D, ZHOU S. Spatial transformation of the discrete sound field from a propeller[J]. AIAA Journal, 1996, 34 (6):1097-1102.

[12] LUO J, LI X D. An inverse aeroacoustic problem on rotor wake/stator interaction[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 254(2):219-229.

[13] 罗俊,李晓东.转子/静子干涉气动声学反问题研究[J].航空动力学报,2001,16(2):279-282.
LUO Jun, LI Xiaodong. An inverse aeroacoustic problem on rotor/stator interaction[J]. Journal of Aerospace Power, 2001, 16(2):279-282. (in Chinese)

[14] YU C, ZHOU Z F, ZHUANG M. An acoustic intensity-based inverse method for sound propagations in uniform flows[R]. AIAA-2007-3563, 2007.

[15] WILLIAMS F J E, HAWKINGS D L. Sound generated by turbulence and surface in arbitrary motion[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1969, 264 (5):321-342.

[16] FARASSAT F. Linear acoustic formulas for calculation of rotating blade noise[J]. AIAA Journal, 1981, 19(9):1122-1130.

[17] FARASSAT F. The evolution of methods for noise prediction of high speed rotors and propellers in the time domain [M]. New York:Recent Advances in Aeroacoustic, Springer-Verlag, 1986.

[18] BRENTNER K S, FARASSAT F. Modeling aerodynamically generated sound of helicopter rotors[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2003, 39(2/3):83-120.

[19] FARASSAT F. Isom thickness noise formula for rotating blades with finite thickness at the tip[J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, 72(4):550-553.

[20] GHORBANIASL G, HIRSCH C. Validation and application of a far-field time domain formulation for fan noise prediction[R]. AIAA-2005-2838, 2005.

[21] BOXWELL D A, YU Y H, SCHMITZ F H. Hovering impulsive noise some measured and calculated results[J].

Vertica,1979,3(1):35-45.

[22] KUNTZ M, LOHMANN D, LIESER J A, PAHLKE K. Comparison of rotor noise predictions obtained by lifting surface method and Euler solutions using kirchhoff equation[R]. Stockholm, Sweden; 16th AIAA Aeroacoustic Conference,1995.

[23] KUNTZ M. Rotor noise prediction in hover and forward flight using different aeroacoustic method[R]. AIAA 96-1695,1996.

[24] GNEMMI P, HAERTIG J, JONE C H. Validation of the ROTAC code for the rotor noise prediction[R]. Avignon, France;18th European Rotorcraft Forum,1992.

[25] GNEMMI P, HAERTIG J, JONE C H, et al. Measurements on the ISL rotor model[R]. Saint-Louis, France; 15th International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities (ICIASF'93),1993.

[26] 赵国庆,招启军,吴琪. 旋翼非定常气动特性 CFD 模拟的通用运动嵌套网格方法[J]. 航空动力学报,2015,30(3): 546-554.

ZHAO Guoqing, ZHAO Qijun, WU Qi. A universal moving-embedded grid method for CFD simulation of unsteady aerodynamic characteristics of rotor[J]. Journal of Aerospace Power,2015,30(3):546-554. (in Chinese)

[27] 樊枫,徐国华,史勇杰. 基于 CFD 方法的直升机旋翼/尾桨非定常气动干扰计算[J]. 航空动力学报,2014,29(11): 2633-2642.

FAN Feng, XU Guohua, SHI Yongjie. Calculations of unsteady aerodynamic interaction between main-rotor and tail-rotor of helicopters based on CFD method[J]. Journal of Aerospace Power,2014,29(11):2633-2642. (in Chinese)

[28] 姬昌睿,杨小权,杨爱明,等. 用强耦合 RANS 方法模拟旋翼悬停流场[J]. 航空动力学报,2014,29(8):1894-1903.

JI Changrui, YANG Xiaoquan, YANG Aiming, et al. Strongly coupled RANS algorithm for simulating hovering rotor flow[J]. Journal of Aerospace Power,2014,29(8): 1894-1903. (in Chinese)

[29] TIKHONOV A N. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method[M]. Dokl Akad. Nauk SSSR,1963.

[30] TIKHONOV A N, ARSENIN V Y. Solutions of ill-posed problems[J]. Washington:Winston and Sons,1977.

[31] HANSEN P C. Analysis of discrete ILL-posed problems by means of the L-curve[J]. SIAM Review,1992,34(4): 561-580.

(编辑:叶 青)